

2.3.3 Co dát místo žolíka?

Předpoklady: 020301

Př. 1: Myslím si číslo. Pokud ho vynásobím třema a připočtu k výsledku 7 dostanu číslo 25. Jaké číslo jsem si myslel?

Obrátíme zadaný postup:

- od 25 odečteme 7: $25 - 7 = 18$
- získané číslo dělíme třemi: $18 : 3 = 6$.

Mysleli jsme si číslo 6.

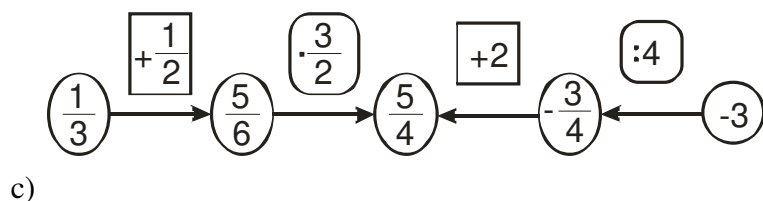
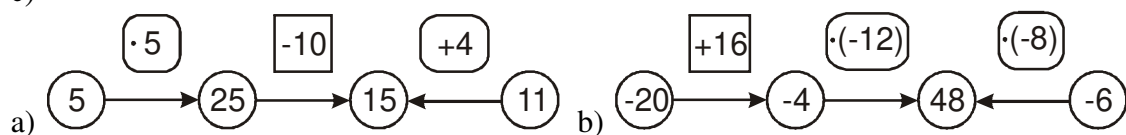
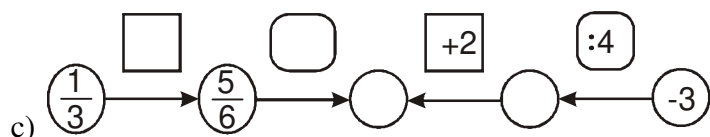
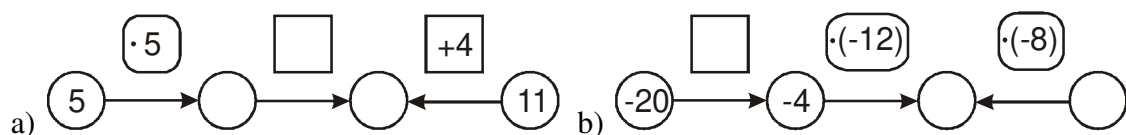
Př. 2: Myslím si číslo. Pokud od něj odečtu 3 a výsledek vydělím 3 dostanu číslo 11. Jaké číslo jsem si myslel?

Obrátíme zadaný postup:

- 11 vynásobíme 3: $11 \cdot 3 = 33$
- k získanému číslu přičteme 3: $33 + 3 = 36$.

Mysleli jsme si číslo 36.

Př. 3: Dopln hady (čísla přičítání nebo odčítání v polích a čísla násobení nebo dělení v polích).



Př. 4: Jednou dědoušky babičky přece načapaly a začaly se ptát, na co mají na stole papírky. Pan Moudrý byl docela pohotový a vysvětlil, že hrají hru. K jedné z hromádek přidají nepopsaný papírek a druhý hráč musí uhádnout, jaké písmeno je na něj třeba napsat. Babičky se hned přidaly a začaly hrát s nimi.

Jakou kartičku je třeba přidat místo nepopsané kartičky (v zápisech označené X)?

- a) *KTCB* *DTBX* b) *KKKBBTX* *KKKKDT* c) *DBT* *BCX*

- a) *KTCB* *DTBX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *KC* *DX*

Vlevo: $1+4=5$ Vpravo: $2+x$. $\Rightarrow x=3$

Místo neoznačeného papírku je třeba na hromádku položit jedno Trio.

- b) *KKKBBTX* *KKKKDT*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *BBX* *KD*

Vlevo: $5+5+x=10+x$ Vpravo: $1+2=3$. $\Rightarrow$ Příklad nejde vyřešit (na hromádce s neoznačeným papírkem je větší hodnota).

- c) *DBT* *BCX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *DT* *CX*

Vlevo: $2+3=5$ Vpravo: $4+x$. $\Rightarrow x=1$

Místo neoznačeného papírku je třeba na hromádku položit jedno Káčko.

Př. 5: Hra nebyla moc náročná a paní Zelendovou napadlo, že by žolíků za stejné číslo mohlo být i víc. Jaké kartičky nahradí kartičky označené X?

- a) *KDTC* *KKDXX* b) *KDCP* *KDBXXX* c) *KBBX* *BCX*
d) *KDDX* *BX*

- a) *KDTC* *KKDXX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *TC* *KXX*

Vlevo: $3+4=7$ Vpravo: $1+x+x=1+2x$. $2x=6 \Rightarrow x=3$

Místo neoznačených papírků je třeba na hromádku položit Tria.

- b) *KDCP* *KDBXXX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *CP* *BXXX*

Vlevo: $4+10=14$ Vpravo: $5+x+x+x=5+3x$. $3x=9 \Rightarrow x=3$

Místo neoznačených papírků je třeba na hromádku položit Tria.

- c) *KBBX* *BCX*

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: *KBX* *CX*

Vlevo: $1+5+x=6+x$ Vpravo: $4+x$. $\Rightarrow$ Příklad nejde vyřešit, obě hromádky nejsou vyrovnané $\Rightarrow$ nemohou být vyrovnané ani po tom, co na obě přidáme stejnou kartičku (libovolné hodnoty).

- d) *KDDX* *BX*

Není co vyškrtnat.

Vlevo: $1+2+2+x=5+x$ Vpravo: $5+x$. $\Rightarrow$ Obě hromádky jsou vyrovnané $\Rightarrow$ budou vyrovnané i po tom, co na obě přidáme stejnou kartičku (libovolné hodnoty) $\Rightarrow$ místo prázdných kartiček můžeme přiložit dvě kartičky libovolné hodnoty.

Př. 6: Po chvíli se jim omrzelo i používání více stejných kartiček a tak do hry přidali neoznačené papírky druhé barvy (žolíky druhého druhu - takzvaná Y), které mohly

představovat opět libovolnou z používaných kartiček (nezávisle na tom, kterou kartičku představovaly původní neoznačené papírky). Jaké kartičky nahradí žolíky označené X . Jaké Y ? Hledej všechny možnosti.

- a) KT XY b) KTX DTY c) $KTXX$ KBY d) BP $KXXY$

- a) KT XY

Není co vyškrtnat.

Vlevo: $1+3=4$

Vpravo: $x+y$.

$\Rightarrow$ Hledáme kombinace dvou kartiček,

které mají hodnotu 4 $\Rightarrow$ tři možnosti:

- $X = K, Y = T$,
- $X = D, Y = D$,
- $X = T, Y = K$.

- b) KTX DTY

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: KX DY

Vlevo: $1+x$

Vpravo: $2+y$.

$\Rightarrow$ Hromádky budou vyrovnané, pokud kartička

dosazená místo X bude mít o jedna větší hodnotu než kartička dosazená místo $Y \Rightarrow$ čtyři možnosti:

- $X = D, Y = K$,
- $X = T, Y = D$,
- $X = C, Y = T$,
- $X = B, Y = C$.

- c) $KTXX$ KBY

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádkách: TXX BY

Vlevo: $3+2x$

Vpravo: $5+y$.

$\Rightarrow$ Hromádky budou vyrovnané, pokud kartičky

dosazená místo X budou mít dohromady o dvě větší hodnotu než kartička dosazená místo $Y \Rightarrow$ dvě možnosti:

- $X = D, Y = D$,
- $X = T, Y = C$.

- d) BP $KXXY$

Není co vyškrtnat.

Vlevo: $5+10=15$

Vpravo: $1+2x+y$.

$\Rightarrow$ Hledáme kombinace dvou stejných

kartiček a jedné jiné, které mají dohromady hodnotu 14 $\Rightarrow$ dvě možnosti:

- $X = D, Y = P$,
- $X = B, Y = C$.

Pedagogická poznámka: Nedá se moc očekávat, že by následující příklad někdo vyřešil, ale chvíli si nad ním podumat žáci mohou.

Př. 7: Odhalování žolíků při srovnávání hromádek se starouškům docela líbilo, ale pan Moudrý nebyl úplně spokojený s tím, že u příkladů se dvěma druhy žolíků se často vyskytovaly situace, kdy bylo více řešení. Navrhni způsob, jak změnit zadání úloh, aby obsahovaly dva různé druhy žolíků a přesto vedly typicky k jednomu řešení.

Více řešení se vyskytuje proto, že máme k dispozici dva různé druhy kartiček, kterými se snažíme splnit jednu podmínku (pokud změníme hodnotu jednoho typu žolíku, můžeme přizpůsobit hodnotu druhého typu žolíku, což u příkladu s jedním typem žolíku nejde.

Pokud budeme muset vyhovět dvěma podmínkám (budeme vyrovnávat dvě dvojice hromádek), tuto volnost ztratíme.

Př. 8: Další ztížení přineslo do hry současné vyrovnávání dvou párů hromádek. Zjisti, jaký druh kartičky se skrývá pod oběma druhy žolíků.

- | | | | | | | | | |
|----|--|---|----|---|---|----|--|--|
| a) | $\begin{matrix} KK DXY \\ KBYY \end{matrix}$ | $\begin{matrix} DDC \\ DP \end{matrix}$ | b) | $\begin{matrix} DTXY \\ DKXXX \end{matrix}$ | $\begin{matrix} XXBK \\ BBB \end{matrix}$ | c) | $\begin{matrix} KXXY \\ XY \end{matrix}$ | $\begin{matrix} CC \\ TT \end{matrix}$ |
| d) | $\begin{matrix} XXYY \\ XY \end{matrix}$ | $\begin{matrix} PD \\ TT \end{matrix}$ | e) | $\begin{matrix} KXXY \\ PBK \end{matrix}$ | $\begin{matrix} PD \\ XXY \end{matrix}$ | | | |

- a) $\begin{matrix} KK DXY \\ KBYY \end{matrix}$ $\begin{matrix} DDC \\ DP \end{matrix}$

Z druhého srovnávání vypočteme Y : $1 + 5 + y + y = 2 + 10$

$$6 + 2y = 12$$

$$2y = 6$$

$$y = 3 = T$$

Dosadíme do prvního srovnávání: $KKDX T \quad DDC$.

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádách: $KKXT \quad DC$

Dosadíme: $1 + 1 + x + 3 = 2 + 4$

$$5 + x = 6$$

$$x = 6 - 5 = 1 = K$$

Řešením je $X = K$, $Y = T$.

- b) $\begin{matrix} DTXY \\ DKXXX \end{matrix}$ $\begin{matrix} XXBK \\ BBB \end{matrix}$

Z druhého srovnávání vypočteme Y : $2 + 1 + y + y + y = 5 + 5 + 5$

$$3 + 3y = 15$$

$$3y = 12$$

$$y = 4 = C$$

Dosadíme do prvního srovnávání: $DTXY \quad XXBK$.

Vyškrtneme stejné papírky na obou hromádách: $DTY \quad XBK$

Dosadíme: $2 + 3 + 4 = x + 5 + 1$

$$9 = x + 6$$

$$x = 9 - 6 = 3 = T$$

Řešením je $X = T$, $Y = C$.

$$\begin{array}{cc} c) & KXXY \quad CC \\ & XY \quad TT \end{array}$$

Ani z jednoho srovnání nemůžeme vyjádřit. Postřeh: levá strana druhého srovnávání obsahuje dvojici XY , která komplikuje první srovnání $\Rightarrow$ místo XY napíšeme do prvního srovnání dvojici TT .

$$KXTT \quad CC$$

$$\text{Dosadíme: } 1 + x + 3 + 3 = 4 + 4.$$

$$x + 7 = 8$$

$$x = 8 - 7 = 1 = K$$

$$\text{Dosadíme do druhého srovnání: } KY = TT.$$

$$\text{Dosadíme: } 1 + y = 3 + 3$$

$$y = 6 - 1 = 5 = B$$

Řešením je $X = K$, $Y = B$.

$$\begin{array}{cc} d) & XXYY \quad PD \\ & XY \quad TT \end{array}$$

V obou rovnicích je jsou dva žolíky.

Postřeh: druhé srovnání můžeme zdvojnásobit: z $XY \quad TT$ na $XXYY \quad TTTT$.

$$\text{Dosadíme do prvního srovnání: } TTTT \quad PD$$

$$3 + 3 + 3 + 3 = 10 + 2$$

$$12 = 12$$

Obě srovnání říkají to samé, jen pomocí jiných papírků.

Platí, ale kolik je X a Y ?

Zkusíme dosazovat od druhého srovnání.

X	1	2	3	4	5
Y	5	4	3	2	1

$$\begin{array}{cc} e) & KXXY \quad PD \\ & PBK \quad XXYY \end{array}$$

V obou srovnání máme dva žolíky, ani z jednoho srovnání nejde dosadit do druhého.

Nápad: V druhém srovnání je žolíků dvakrát tolik než bychom potřebovali $\Rightarrow$ první srovnání zdvojíme.

$$KKXXYYYY \quad PPDD$$

$$\text{Dosadíme z druhého srovnání: } KKPBKYY \quad PPDD.$$

$$\text{Vyškrtáme: } KKBKYY \quad PDD$$

$$\text{Vypočteme: } 1 + 1 + 5 + 1 + y + y = 10 + 2 + 2.$$

$$8 + 2y = 14$$

$$2y = 14 - 8 = 6$$

$$y = 3 = T$$

$$\text{Dosadíme do prvního srovnání: } KXTT \quad PD.$$

$$\text{Vypočteme: } 1 + x + 3 + 3 = 10 + 2.$$

$$x + 7 = 12$$

$$x = 12 - 7 = 5 = B$$

Shrnutí:

